



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

فصل پنجم

تابع

- درس اول: مفهوم تابع و بازنمایی های آن
- درس دوم دامنه و برد تابع
- درس سوم: انواع تابع

درس اول تابع و بازنمایی های آن

تابع

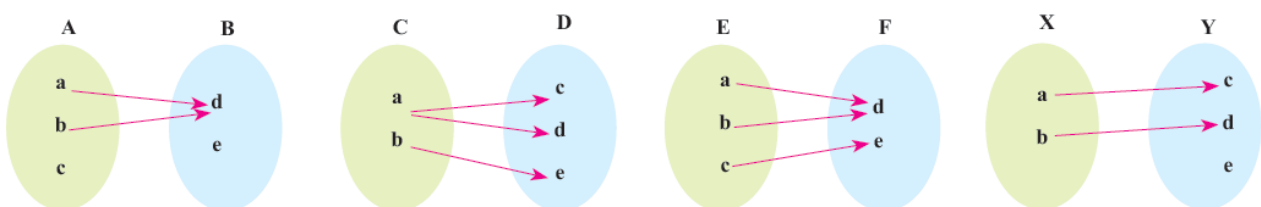
- **تعریف تابع:** قانون یا ضابطه ای است که بین دو مجموعه تعریف می شود و به هر عضو از مجموعه اول یک و تنها یک عضو از مجموعه دوم را نسبت می دهد. تابع را به صورت های مختلف می توان نمایش داد.
- در هر یک از موارد زیر رابطه ای بین دو پدیده ذکر شده است. توضیح دهید کدام تابع است؟ با دلیل؟
 ۱. الف) رابطه بین افراد و سن آنها
 ۲. ب) رابطه بین دانش آموزان یک کلاس و نمره ریاضی پایان ترم آنها
 ۳. ج) رابطه بین سال های مختلف و میزان بودجه اختصاص یافته به آنها در یک کشور
 ۴. د) رابطه بین افراد و دمای بدن آنها در یک زمان خاص
 ۵. ه) رابطه بین ضلع یک مثلث و مساحت آن
 ۶. و) رابطه بین افراد و غذا های مورد علاقه آنها

• باز نمایی های مختلف تابع

- **نمودار پیکانی:** در این روش از هر عضو مجموعه اول یک فلش به سمت اعضای مجموعه دوم خارج می شود. نموداری تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شود.

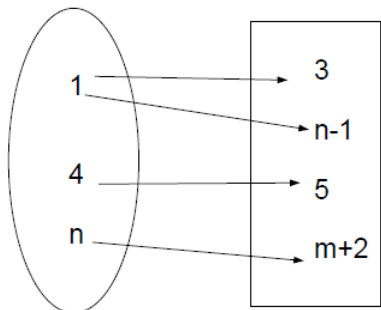
تمرین

۱) در نمودار های زیر کدام تابع هست و کدام تابع نیست؟



شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲) اگر نمودار پیکانی مقابل یک تابع را نشان دهد آنگاه $m + n$ چقدر است ؟



• نمایش تابع به صورت زوج مرتب

به دوتایی (a, b) زوج مرتب می‌گوییم. دقت کنید که ترتیب قرار گرفتن اعداد در پرانتز مهم است. به این دلیل به آن مرتب‌گوییم. یک زوج مرتب در واقع مختصات یک نقطه در صفحه را نشان می‌دهد.

• یک مجموعه شامل زوج مرتب‌ها هنگامی تابع را نشان می‌دهد که مولفه (مختص) های اول زوج‌های مرتب با هم مساوی نباشند.

مثال) مجموعه f تابع است

$$\diamond f = \{(4,5), (3,2), (7,1)\}$$

g تابع نیست

$$\diamond g = \{(7,3), (2,1), (7,4)\}$$

تمرین

۱) رابطه $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ چند زوج مرتب دارد؟ آنها را بنویسید.

۲) کدام یک از مجموعه‌های زیر یک تابع را نشان می‌دهد.

- A. $\{(-1,0), (0,1), (2,3), (\sqrt[2]{-1}, 4)\}$
- B. $\{(-1,2)\}$
- C. $\{(0,0), (2,1), (3,2), (-1,0), (2,-2)\}$
- D. $\{(1,1), (2,3), (-1,-1), (-2,5)\}$

شما می‌توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی‌لطفی نژاد

۳) مقادیر a, b را به گونه ای بیابید که مجموعه زیر تابع باشد

$$f = \{(1,3), (a-2,6), (1,2a-3), (1,b)\}$$

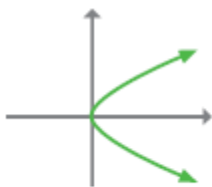
۴) مقدار m را طوری بیابید که رابطه $A = \{(3,m^2), (2,1), (-3,m), (-2,m), (3,m+2), (m,4)\}$ تابع باشد.

• بررسی تابع از روی نمودار

یک نمودار هنگامی یک تابع را نشان می دهد که هر خط عمودی حداکثر یک بار نمودار را قطع کند .

تمرین

۱) کدام یک از نمودار های زیر یک تابع را نشان می دهند



(ج)



(د)



(هـ)



(و)



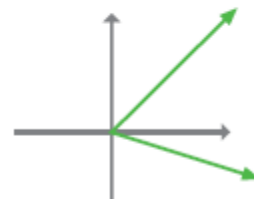
(ز)



(ح)



(ط)



(ی)

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

درس دوم: دامنه و برد تابع

○ دامنه و برد تابع

- دامنه تابع: مجموعه تمام مولفه های اول زوج های مرتب تابع را دامنه می گوئیم .
- برد تابع: مجموعه تمام مولفه های دوم زوج های مرتب یک تابع را برد گوئیم .

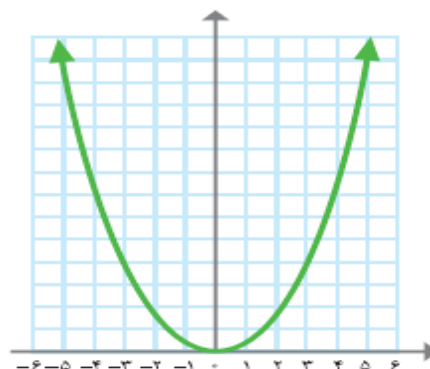
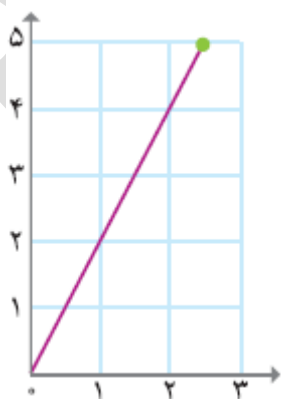
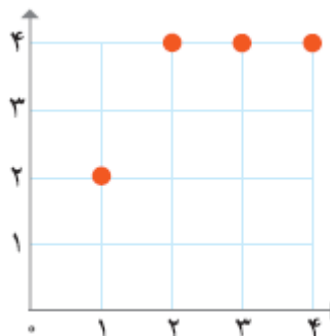
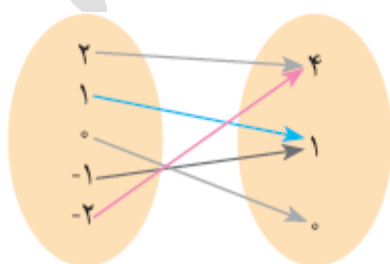
(۱) نمودار ون: اعضای که از آنها پیکان خارج می شود دامنه و اعضای که به آنها پیکان وارد می شود برد نامیده می شود.

(۲) زوج مرتب: مولفه های اول دامنه و مولفه های دوم برد هستند

(۳) نمودار: تصویر نمودار روی محور افقی دامنه و روی محور عمودی برد است.

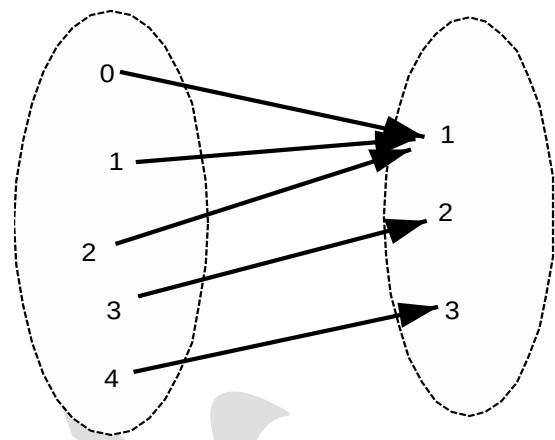
تمرین

(۱) دامنه توابع زیر را بیابید.



- $f = \{(1,4), (2,5), (5,2), (4,3)\}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



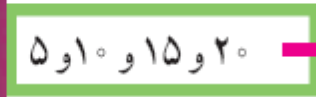
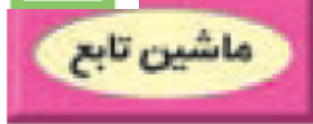
۲) رابطه ای بنویسید که دامنه آن بی نهایت عضو داشته باشد ولی برد آن تک عضوی باشد آیا این رابطه تابع است؟

۳) رابطه ای بنویسید که دامنه آن شامل دو عضو بوده ولی برد آن بی نهایت عضو داشته باشد. آیا این رابطه، تابع است ؟

۴) رابطه ای بنویسید که دامنه آن بینهایت عضو داشته باشد ولی برد آن تک عضوی باشد . آیا این رابطه ،تابع است ؟

• نمایش جبری تابع

ورودی



خروجی

❖ یک تابع را می توان به عنوان یک ماشین در نظر گرفت که a را به عنوان

ورودی گرفته و b را به عنوان خروجی تولید می کند اگر تابع را f بنامیم می توانیم

بنویسیم: $f(a) = b$ که در این حالت b را مقدار تابع به ازای a گوئیم. گاهی اوقات

یک تابع را می توان برحسب یک مقدار جبری نوشت که به این نوع نمایش، نمایش

جبری گوئیم و می نویسیم: $y = f(x)$

برای تعیین مقدار تابع در یک نقطه کافیهست به جای x ، عدد داده شده را قرار دهیم تا مقدار تابع بدست آید.

• مثال) اگر تابع $f(x) = 4x^2 - 5$ داده شده باشد مقدار $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f(-1)$ را بیابید.

❖ $f(0) = 4 \times (0)^2 - 5 = -5$

❖ $f(2) = 4 \times 2^2 - 5 = 11$

❖ $f(-1) = 4 \times (-1)^2 - 5 = -1$

• مثال) اگر تابع $f(x+1) = x^2$ آن گاه $f(x)$ را بیابید. سپس $f(1)$ را بیابید.

❖ $x+1 = a \Rightarrow x = a-1 \Rightarrow f(a) = (a-1)^2$

➤ $f(1) = 0$

تمرین

۱) تابع $f(x) = x^2 - 4$ داده شده است، مقادیر زیر را حساب کنید.

❖ $f(3)$ ، $f(5)$ ، $f(f(3))$

۲) مقادیر a ، b را چنان بیابید که مجموعه $g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد. (خرداد ۹۰)

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۳) اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ باشد، $f(-\frac{1}{x})$ را یافته و درستی تساوی $f(x) \times f(-\frac{1}{x}) = -1$ را بررسی کنید.

۴) اگر $f(x-1) = \frac{x+3}{x+1}$ باشد ضابطه تابع $f(x)$ را بیابید.

۵) اگر تابع $f(x-1) = \frac{x}{x+1}$ باشد ضابطه $f(x)$ را یافته و $f(3)$ را بیابید.

۶) تابع $f(x) = 3^x$ است مقدار $f(1-x) + f(x+1)$ را بیابید.

۷) هرگاه $f(x) = \sqrt{3 + \sqrt{2-x}}$ باشد مقادیر $f(1), f(\sqrt{x+3})$ را بیابید.

توابع خطی

❖ توابعی هستند که معادله آنها به صورت $y = ax + b$ باشد. تذکر: ممکن است یک تابع خطی بخشی از یک خط باشد.

یادآوری: معادله خط گذرنده از یک نقطه با داشتن شیب

$$* y - y_A = m(x - x_A)$$

فرمول شیب هنگامی که دو نقطه از خط را داریم

$$* m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

تمرین

۱) برای یک تابع خطی می دانیم می دانیم که $f(2) = 5, f(-3) = -5$ نمایش جبری تابع را بنویسید .

۲) هرگاه سه نقطه $A(-2,1), B(K, K-1), C(1,0)$ از یک تابع خطی حاصل شده باشند مقدار K را بیابید .

۳) معادله خطی را مشخص کنید که محور x ها را در نقطه ای به طول $\frac{-3}{2}$ قطع کند و از نقطه $(1,5)$ بگذرد .

۴) سودی که از تولید یک کالا توسط یک شرکت تولیدی حاصل می شود از رابطه $y = -200 + 5x$ به دست می آید. که

در آن x تعداد کالای تولیدی و y سود حاصل بر حسب میلیون تومان است

الف) نمودار خط $y = -200 + 5x$ را برای $x \geq 0$ رسم کنید.

ب) این شرکت چند کالا باید تولید کند تا سود ۱۰۰ میلیون تومان به دست آورد؟

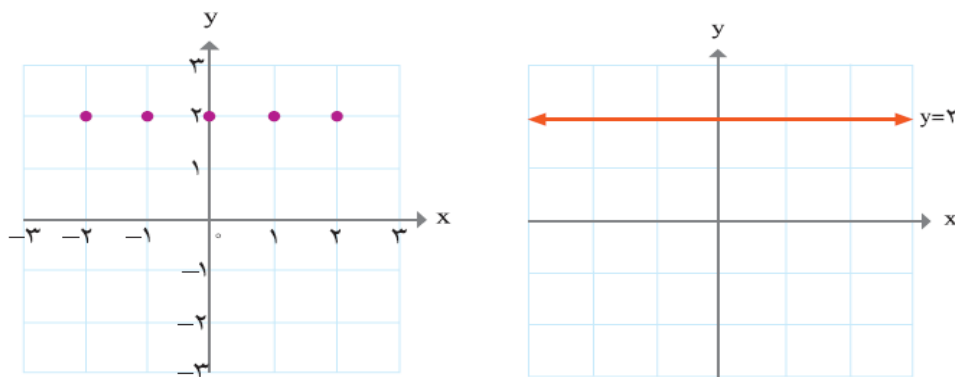
ج) محل برخورد این خط با محور x چه چیزی را نشان می دهد؟

۵) آیا جدول زیر می تواند یک تابع خطی را نشان دهد .

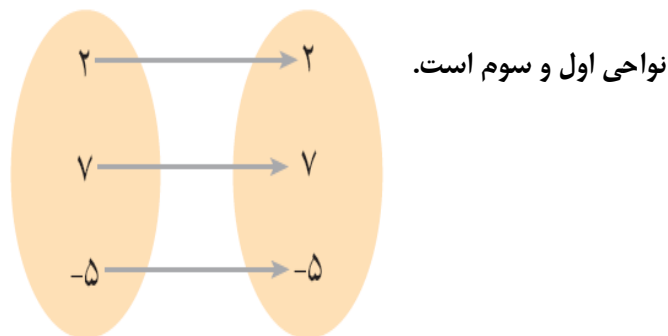
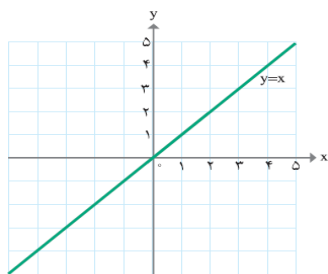
x	1	3	4	7	11
y	8	14	17	20	38

درس سوم :انواع تابع

❖ توابع ثابت: فرم این توابع به صورت $y = k$ است که در آن k یک عدد حقیقی است. مانند $y = 3$ نمودار این توابع به صورت خط راستی موازی محور افقی است.



❖ توابع درجه اول (خطی): قبلاً مورد بررسی قرار گرفت یکی از مهم ترین آنها آن ها تابع همانی است $y = x$ که نیمساز



❖ توابع درجه دوم: نمودار این توابع سهمی نامیده می شود. ساده ترین این توابع به صورت $y = x^2$ است.

نمودار های زیر مربوط به دو تابع درجه ۲ هستند .

معادله کلی این توابع به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می باشد.

اگر $a > 0$ باشد دهانه این توابع به سمت بالا است و نقطه راس آنها نقطه min و در غیر این صورت دهانه به سمت پایین و نقطه راس آنها نقطه max است.

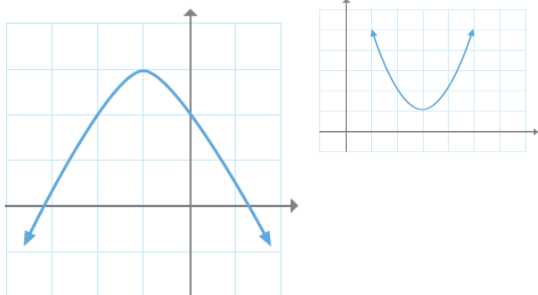
طول نقطه راس از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می آید. برای تعیین

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

عرض نقطه یا مستقیما طول نقطه را جایگزین می کنیم یا از

$$\text{رابطه } y = \frac{4ac-b^2}{4a} \text{ به دست می آوریم.}$$

دامنه همه توابع چند جمله ای در حالت کلی R است مگر آنکه خلاف آن بیان شود



تمرین

(۱) توابع زیر را رسم کنید

- $y = x^2 - x - 2$
- $y = x^2 + 6x + 5$

(۲) تابع $y = ax^2 + x + b$ مفروض است. ضرایب a, b را چنان بیابید که منحنی از نقطه $A(2, -2)$ بگذرد و محور y ها را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کند.

(۳) دو تابع $y = x^2 + ax + b$, $y = x + 2b$ مفروضند. a, b را طوری بیابید که نمودارهای این دو تابع روی محور x هادر نقطه ای به طول ۲ یکدیگر را قطع کنند.

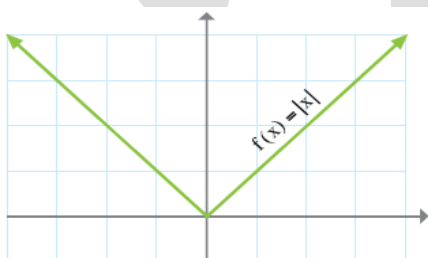
۴) در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ مقادیر a, b, c را به گونه ای بیابید که سهمی خط $y = x + 1$ را در نقاطی به طول های ۱ و ۲ و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۱- قطع کند.

۵) در تابع $y = ax^2 + bx - 2$ مقادیر a, b را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه $A(-1, 2)$ بگذرد و محور x را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند

❖ **توابع گویا:** توابعی هستند کسری که صورت و مخرج آنها به صورت چند جمله ای می باشد. (چند جمله ای مخرج باید حداقل از درجه ۱ باشد)

دامنه این توابع از رابطه مقابل به دست می آید

$$* D = R - \{\text{ریشه مخرج}\}$$



❖ **تابع قدر مطلق:** ساده ترین نوع این توابع به صورت $y = |x|$ است

که به هر عضو دامنه قدر مطلق آنرا نسبت می دهد.

❖ دامنه این تابع R و برد آن اعداد حقیقی نا منفی است

❖ **توابع چند ضابطه ای:** در بعضی توابع، دامنه تابع به چند قسمت تقسیم شده و برای هر یک

به تنهایی یک ضابطه تعریف می شود. این توابع را چند ضابطه ای گوئیم.

اگر بخواهیم مقدار تابع را در این توابع بیابیم باید مقدار متغیر را در ضابطه مربوط به ناحیه خودش قرار دهیم.

$$\text{مثال) در تابع } f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & x < 2 \\ x^2 - 3 & 2 \leq x \leq 5 \\ 1 + 2x & x > 5 \end{cases} \text{ مقادیر زیر را بیابید.}$$

- A) $f(3) = 3^2 - 3 = 6$
- B) $f(6) = 1 + 2 \times 6 = 13$

تمرین

$$(1) \text{ اگر } f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \text{ باشد مقدار عددی عبارت } \frac{f(f(-2))}{f(1) + f(-1)} \text{ را بدست آورید.}$$

$$(2) \text{ در تابع } f(x) = \begin{cases} 4 - 2x & x \geq 1 \\ 1 + x^2 & x < 1 \end{cases} \text{ مقدار } f(f(-1)) \text{ را بیابید.}$$

$$(3) \text{ تابع } f \text{ به صورت } f(x) = \begin{cases} \sqrt{2} + x & x \geq 1 \\ \sqrt{2} - x & x < 1 \end{cases} \text{ داده شده است. برابری های زیر را کامل کنید.}$$

- $f(\sqrt{2} - 1) = \dots \quad f(3 - \sqrt{2}) = \dots \quad f(-\sqrt{2}) = \dots$
- $f(0) = \dots \quad f(f(-1)) = \dots$

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۴) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2-x & x < 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کنید.

۵) تابع $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & x \geq 0 \\ 1+\frac{x}{2} & x < 0 \end{cases}$ مفروض است. این تابع را رسم کنید و $f(f(-1))$ را بیابید.

۶) نمودار تابع $y = -2|x-3|$ را رسم کنید.

۷) در تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 0 \\ 2-x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ مقدار $f(1-\sqrt{3})$ را بیابید.

۸) اگر $f(x) = \begin{cases} x+3 & x < -1 \\ x^2 & x \geq -1 \end{cases}$ باشد $f(f(-4))$ را بیابید.

۹ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x & x > 0 \\ 7 & x = 0 \\ 7x - 4 & x < 0 \end{cases}$ باشد مطلوب است حاصل $f(f(f(0)))$.

۱۰ اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 0 \\ 2bx^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه $A(2, -3)$ بگذرد و داشته باشیم $f(-2) = 3$.

۱۱ نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} + x^2$ را رسم کنید.

۱۲ نمودار توابع زیر را رسم کنید .

- A) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x < 2 \\ x + 3 & x \geq 2 \end{cases}$

- B) $f(x) = -|3x + 1|$

۱۳) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x < 0 \\ x - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ داده شده است

الف) نمودار تابع را رسم کنید .

ب) حاصل $f(f(-1))$ را بیابید .

۱۴) نمودار $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & x \geq 0 \\ 1 - \frac{x}{2} & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده و $f(f(-4))$ را به دست آورید

۱۵) تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \geq 0 \\ -x + 2 & x < 0 \end{cases}$ داده شده است .

الف) نمودار تابع f را رسم کنید . ب) مقدار $f(f(-2))$ را محاسبه کنید .

۱۶) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x < 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید .

الف) نمودار تابع f را رسم کنید . ب) دامنه تابع f را به دست آورید .

رسم نمودار توابع به کمک انتقال

❖ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ در دست باشد

- ① تابع $y = f(x + a)$: به اندازه a واحد نمودار به سمت چپ می رود.
- ② تابع $y = f(x - a)$: به اندازه a واحد نمودار به سمت راست می رود.
- ③ تابع $y = f(x) + a$: به اندازه a واحد نمودار به سمت بالا می رود.
- ④ تابع $y = f(x) - a$: به اندازه a واحد نمودار به سمت پایین می رود.
- ⑤ تابع $y = -f(x)$: تابع نسبت به محور x قرینه می شود.
- ⑥ تابع $y = kf(x)$: عرض تمام نقاط در k ضرب می شود.
- ⑦ ممکن است تابع داده شده ترکیبی از چند حالت بالا باشد.

با استفاده از روش انتقال، نمودار توابع زیر را رسم کنید .

❶ $y = -|x - 2| + 3$

❷ $y = -(x + 2)^2$